

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2023-2024

Prova scritta in aula del 01.07.2024

Parte II - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

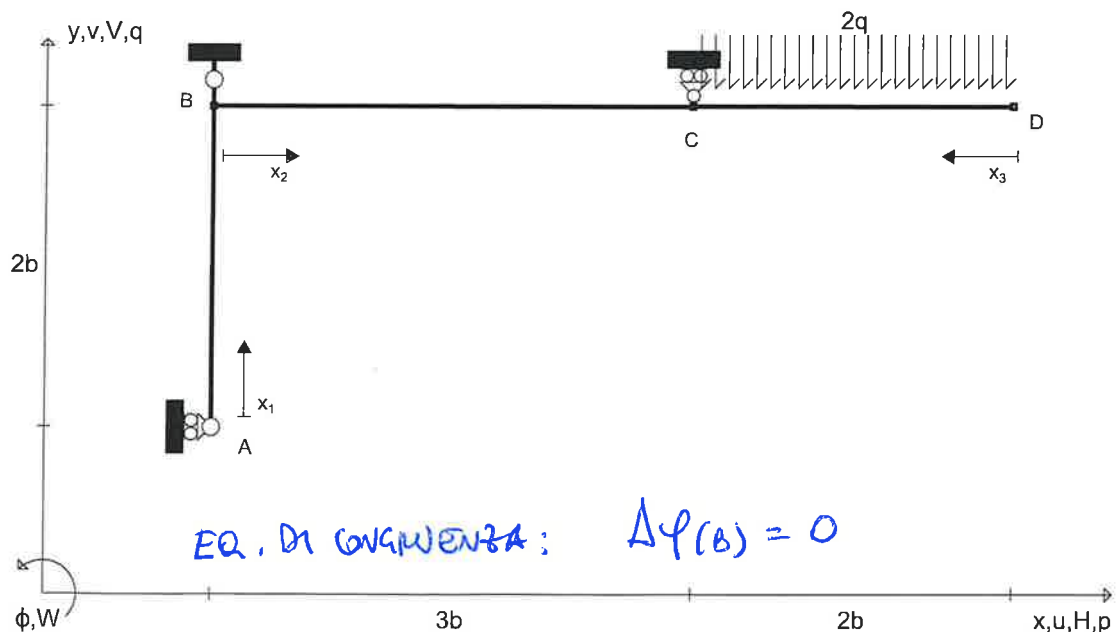
Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità B , M_B . Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, la rotazione del punto B , φ_B .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 01.07.24*001



Esercizio n. 2 (7 punti)

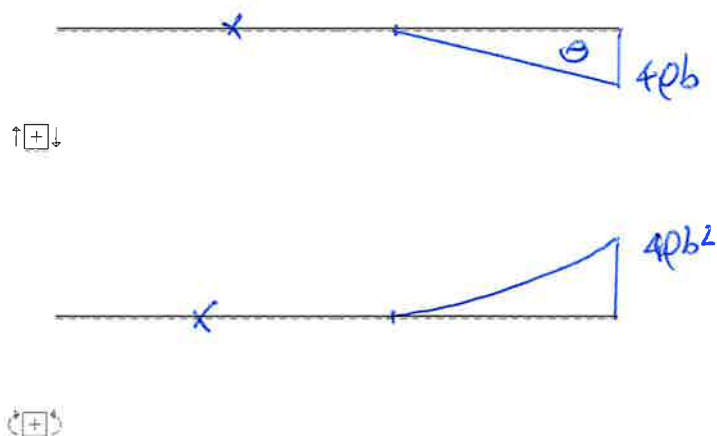
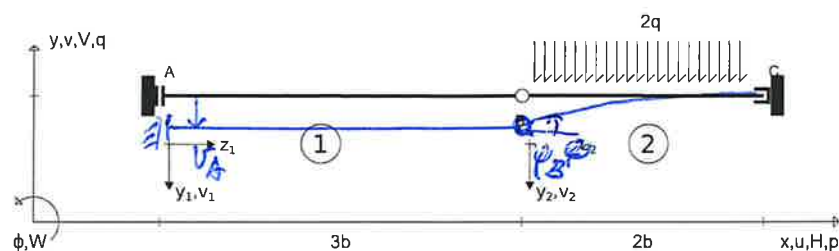
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A , B e C .

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. La rotazione del punto B relativa al corpo 2, $\varphi_B^{(2)}$;
4. Lo spostamento verticale del punto A , v_A .

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 01.07.24*001



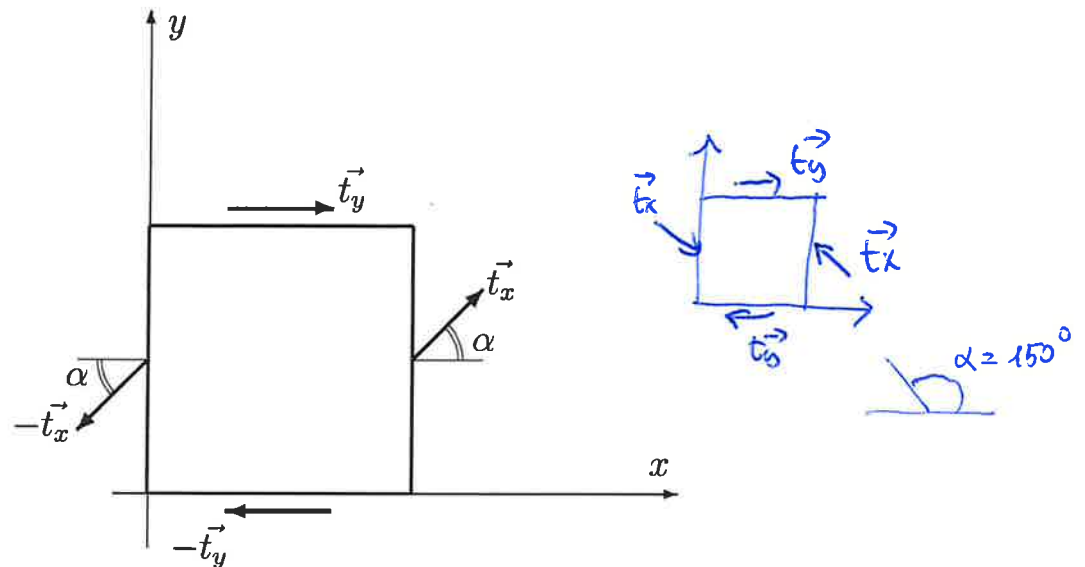
$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= 0; & M_A (\curvearrowright) &= 0; & V_C (\uparrow) &= 4pb; & M_C (\curvearrowright) &= -4pb^2; \\
 N_{AB} &= //; & T_{AB} &= //; & M_{AB} &= //; \\
 N_{BC} &= //; & T_{BC} &= -2pz_2; & M_{BC} &= -pz_2^2; \\
 \text{c.c in } A &= v_1'(z_1=0)=0; & \text{c.c in } B &= v_1(z_1=3b)=v_2(z_2=0); \\
 & & \text{c.c in } C &= v_2(z_2=2b)=0; & v_2'(z_2=2b) &= 0; \\
 v_1(z_1) &= \frac{4pb^4}{EI}; & v_1'(z_1) &= 0; \\
 v_2(z_2) &= \frac{q}{12EI} z_2^4 - \frac{8pb^3}{3EI} z_2 + \frac{4pb^4}{EI}; & v_2'(z_2) &= \frac{q}{3EI} z_2^3 - \frac{8pb^3}{EI}; \\
 v_A &= \frac{4pb^4}{EI} (\downarrow); & \varphi_B^{(2)} &= -\frac{8pb^3}{3EI} (\uparrow);
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = 150^\circ$ (sicché; $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 55$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale* (ma di verso non specificato!), come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{\max} .

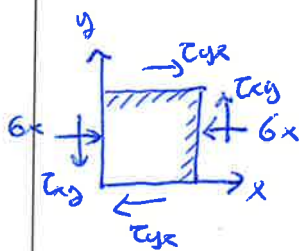
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$$\sigma_x = \underline{-47,631} \text{ (MPa)}; \sigma_y = \underline{0,000} \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = \underline{27,500} \text{ (MPa)};$$

$$\sigma_1 = \underline{12,563} \text{ (MPa)}; \sigma_2 = \underline{-60,195} \text{ (MPa)}; \tau_{\max} = \underline{36,379} \text{ (MPa)};$$

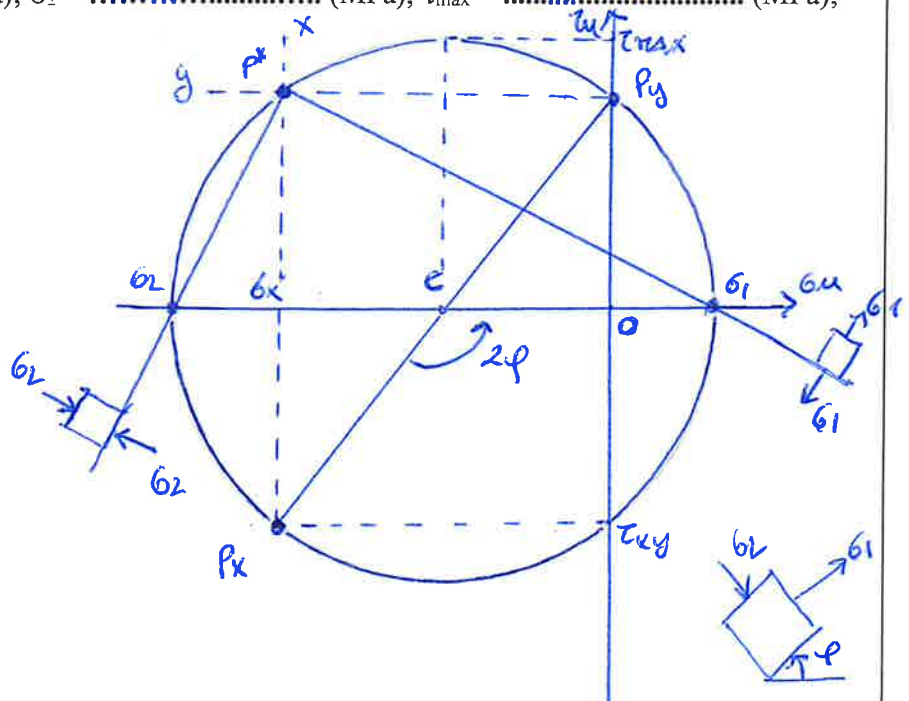
cerchio di Mohr:

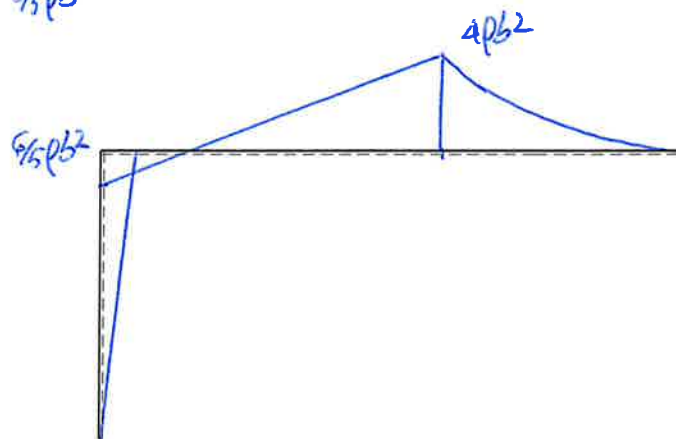
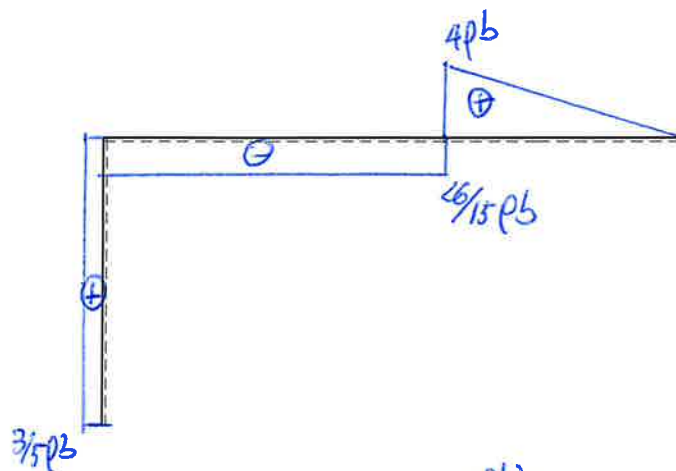
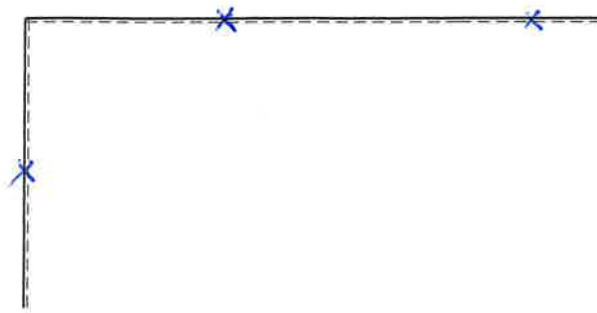
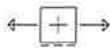


$$P_x = (-47,631; -27,500)$$

$$P_y = (0,000; +27,500)$$

$$\varphi = \underline{69,44} \text{ (}^\circ\text{)};$$





$$H_A(\Rightarrow) = -\frac{3}{5}pb; H_B(\Rightarrow) = \frac{3}{5}pb; V_B(\uparrow) = -\frac{26}{15}pb; V_C(\uparrow) = \frac{86}{15}pb; M_B(\curvearrowright) = \frac{6}{5}pb^2;$$

$$N_{AB} = //; T_{AB} = \frac{3}{5}pb; M_{AB} = \frac{3}{5}pb \times 1;$$

$$N_{BC} = //; T_{BC} = -\frac{26}{15}pb; M_{BC} = \frac{6}{5}pb^2 - \frac{26}{15}pb \times 2;$$

$$N_{DC} = //; T_{DC} = 2p \times 3; M_{DC} = -9 \times \frac{1}{3};$$

$$\varphi_B = +\frac{4pb^3}{5EI} \quad (2)$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2023-2024

Prova scritta in aula del 01.07.2024

Parte II - Testo 2

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

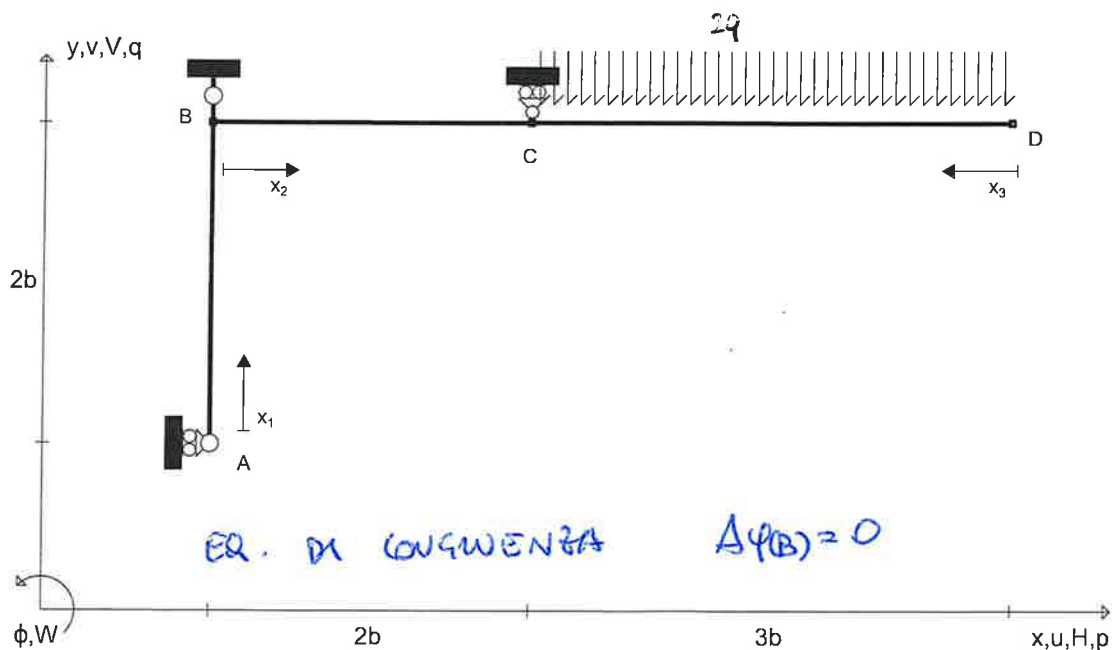
Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità B , M_B . Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, la rotazione del punto B , ϕ_B .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 01.07.24*002



Esercizio n. 2 (7 punti)

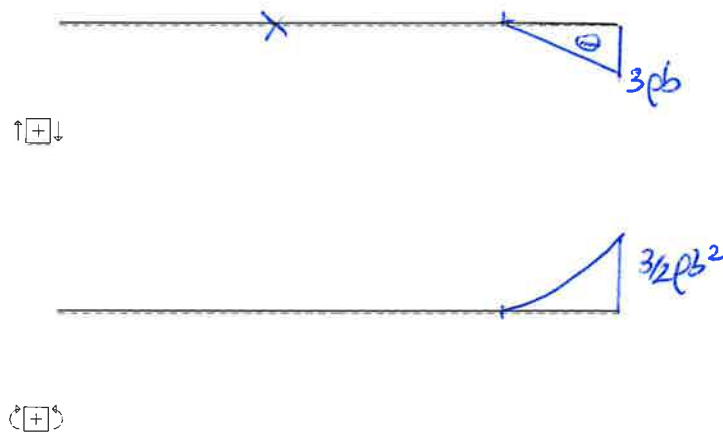
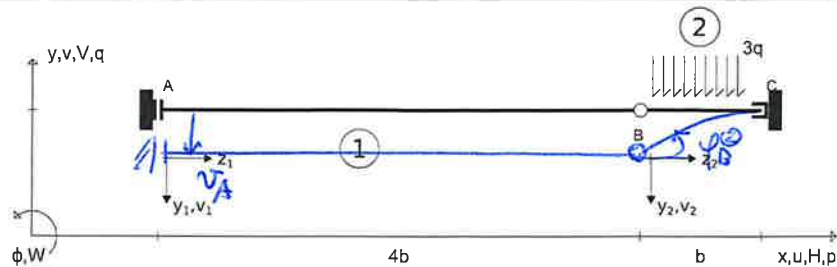
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A , B e C .

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. La rotazione del punto B relativa al corpo 2, $\varphi_B^{(2)}$;
4. Lo spostamento verticale del punto A , v_A .

Università di Cagliari

SdC_SdA 01.07.24*002



$$H_A(\Rightarrow) = 0; M_A(\curvearrowright) = 0; V_C(\uparrow) = 3qb; M_C(\curvearrowright) = -\frac{3}{2}pb^2;$$

$$N_{AB} = 0; T_{AB} = 0; M_{AB} = 0;$$

$$N_{BC} = 0; T_{BC} = -3qz_2; M_{BC} = -\frac{3}{2}qz_2^2;$$

$$\text{c.c in } A = v_1(z_1=0) = 0; \text{c.c in } B = v_1(z_1=4b) = v_2(z_2=0);$$

$$\text{c.c in } C = v_2(z_2=b) = 0; v_2'(z_2=b) = 0;$$

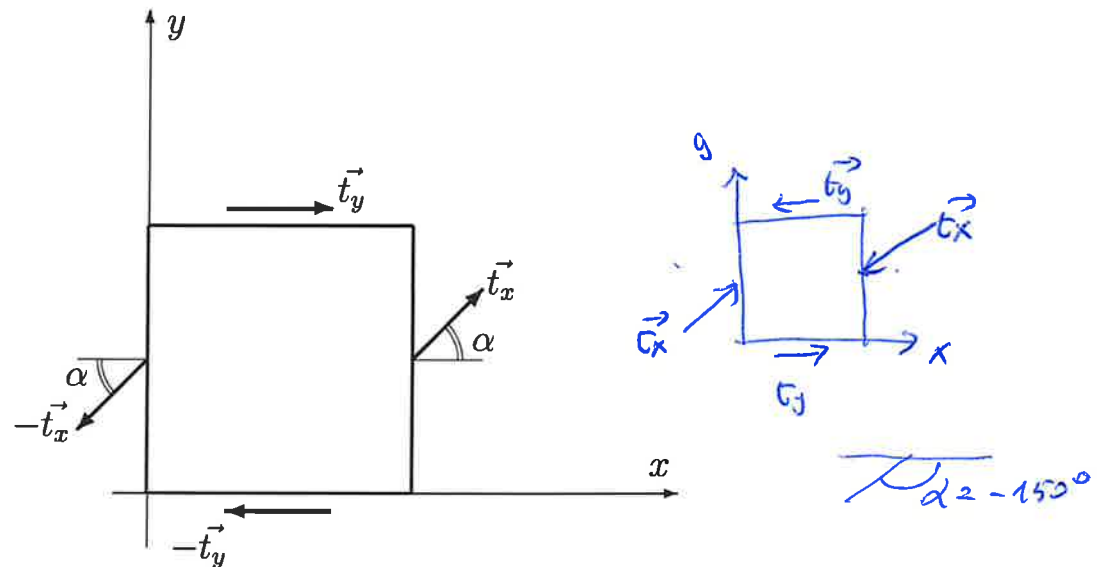
$$v_1(z_1) = \frac{3pb^4}{8EI}; v_1'(z_1) = 0;$$

$$v_2(z_2) = \frac{q}{8EI}z_2^4 - \frac{pb^3}{2EI}z_2 + \frac{3pb^4}{8EI}; v_2'(z_2) = \frac{q}{2EI}z_2^3 - \frac{pb^3}{2EI};$$

$$v_A = \frac{3pb^4}{8EI} (\downarrow); \varphi_B^{(2)} = -\frac{pb^3}{2EI} (\curvearrowright);$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

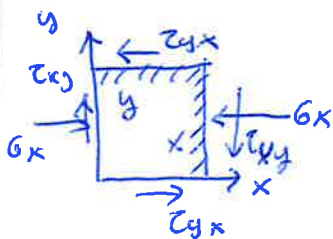
Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = -150^\circ$ (sicché; $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$ cos $\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 45$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale* (ma di verso non specificato!), come indicato in Figura. Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{\max} . Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$$\sigma_x = -38,871 \text{ (MPa)}; \sigma_y = 0,000 \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = -22,500 \text{ (MPa)};$$

$$\sigma_1 = 10,279 \text{ (MPa)}; \sigma_2 = -48,250 \text{ (MPa)}; \tau_{\max} = 29,765 \text{ (MPa)};$$

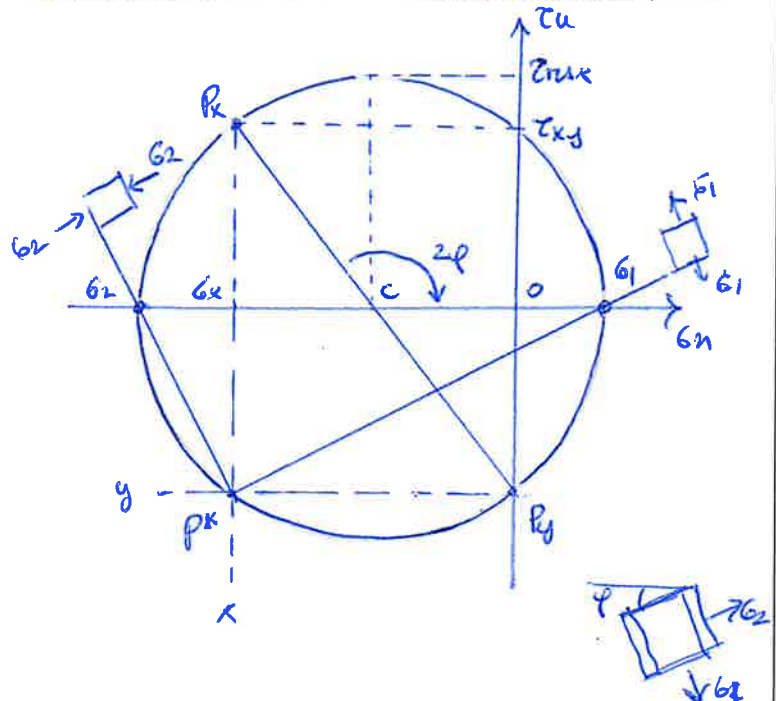
cerchio di Mohr:

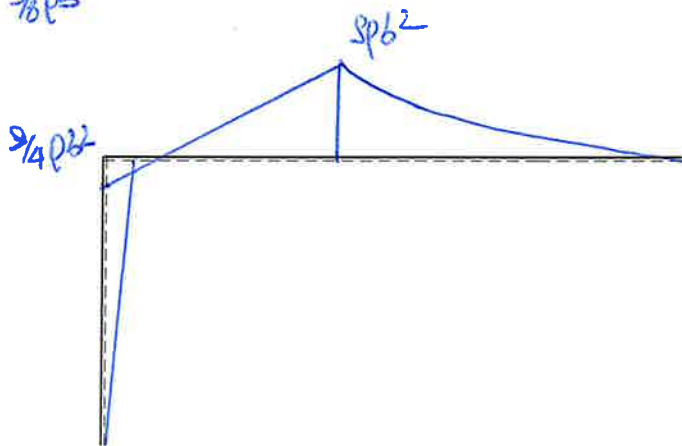
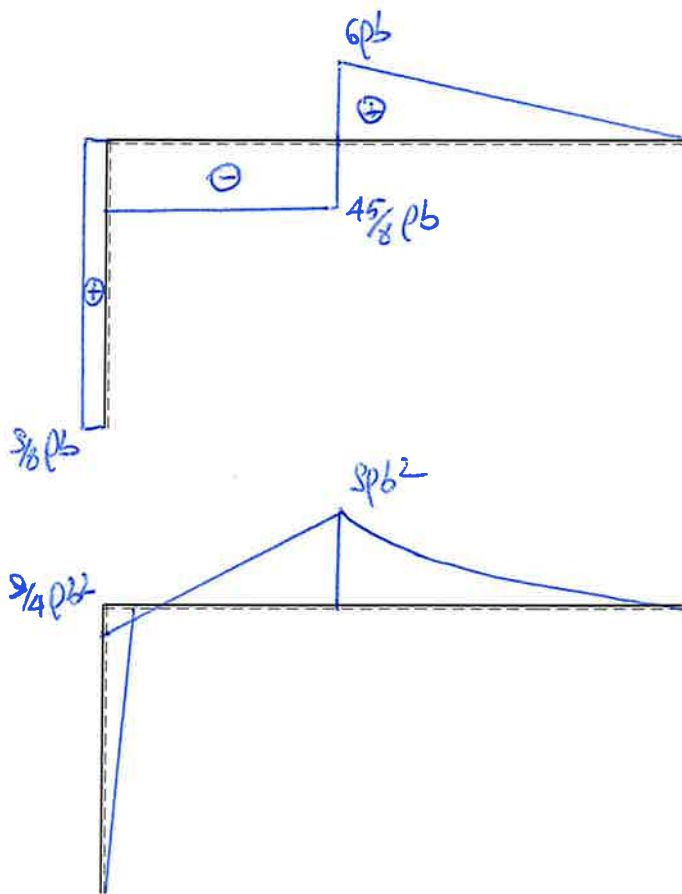
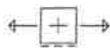


$$P_x = (-38,871; 22,500)$$

$$P_y = (0,000; -22,500)$$

$$\varphi = -69,44 \text{ (}^\circ\text{)};$$





$$\begin{aligned}
 H_A(\Rightarrow) &= -\frac{3}{8}pb; & H_B(\Rightarrow) &= \frac{3}{8}pb; & V_B(\hat{u}) &= -\frac{45}{8}pb; & V_C(\hat{u}) &= \frac{33}{8}pb; & M_B(\hat{x}\hat{y}\hat{z}) &= \frac{9}{4}pb^2; \\
 N_{AB} &= \text{"/"}; & T_{AB} &= \frac{3}{8}pb; & M_{AB} &= \frac{9}{8}pb \times 1; \\
 N_{BC} &= \text{"/"}; & T_{BC} &= -\frac{45}{8}pb; & M_{BC} &= \frac{9}{4}pb^2 - \frac{45}{8}pb \times L; \\
 N_{DC} &= \text{"/"}; & T_{DC} &= 2px_3; & M_{DC} &= -px_3^2; \\
 \varphi_B &= -\frac{3pb^3}{4EI} \quad (2)
 \end{aligned}$$